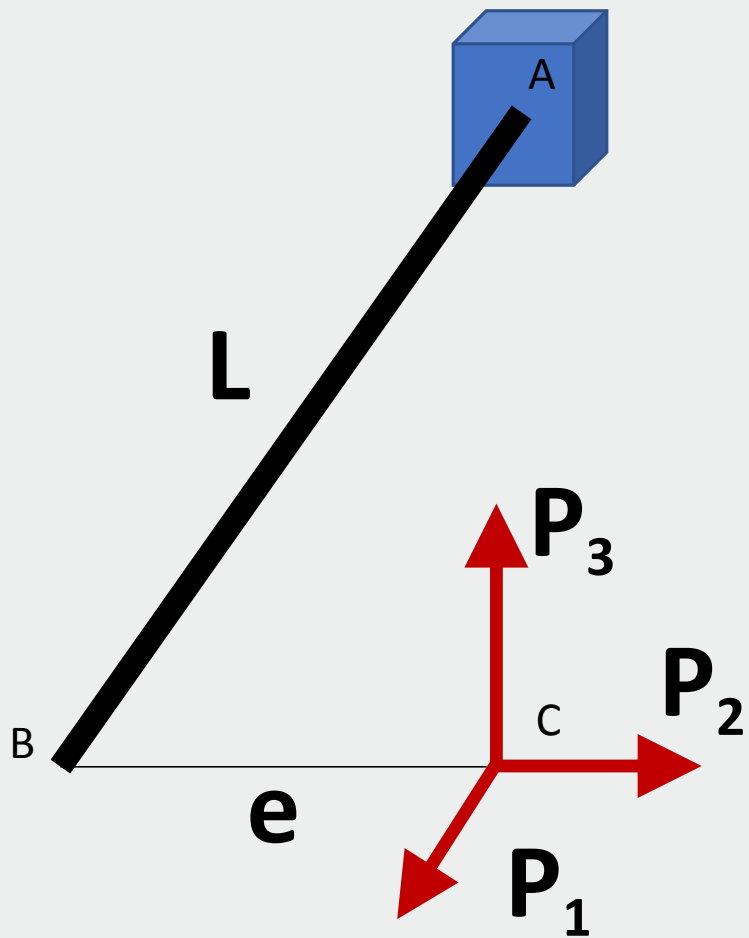


Wytrzymałość konstrukcji 1

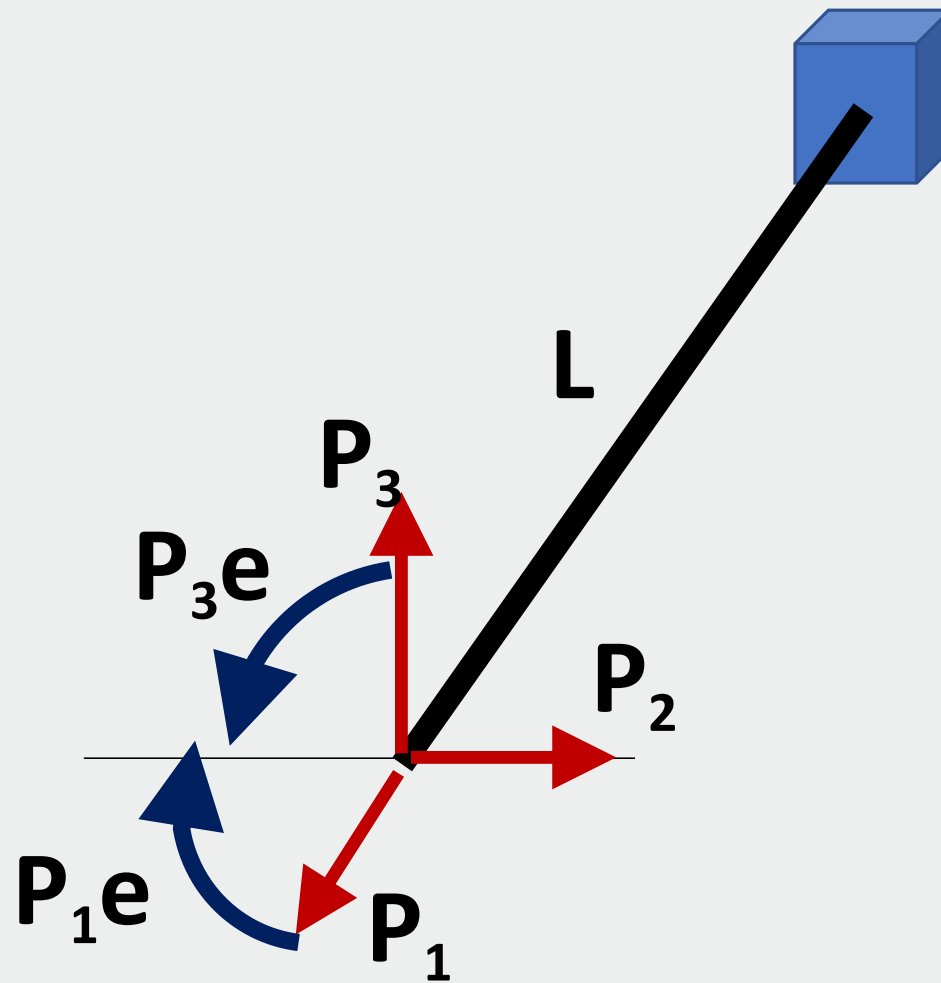
Ćwiczenia 12

Wytrzymałość złożona pręta

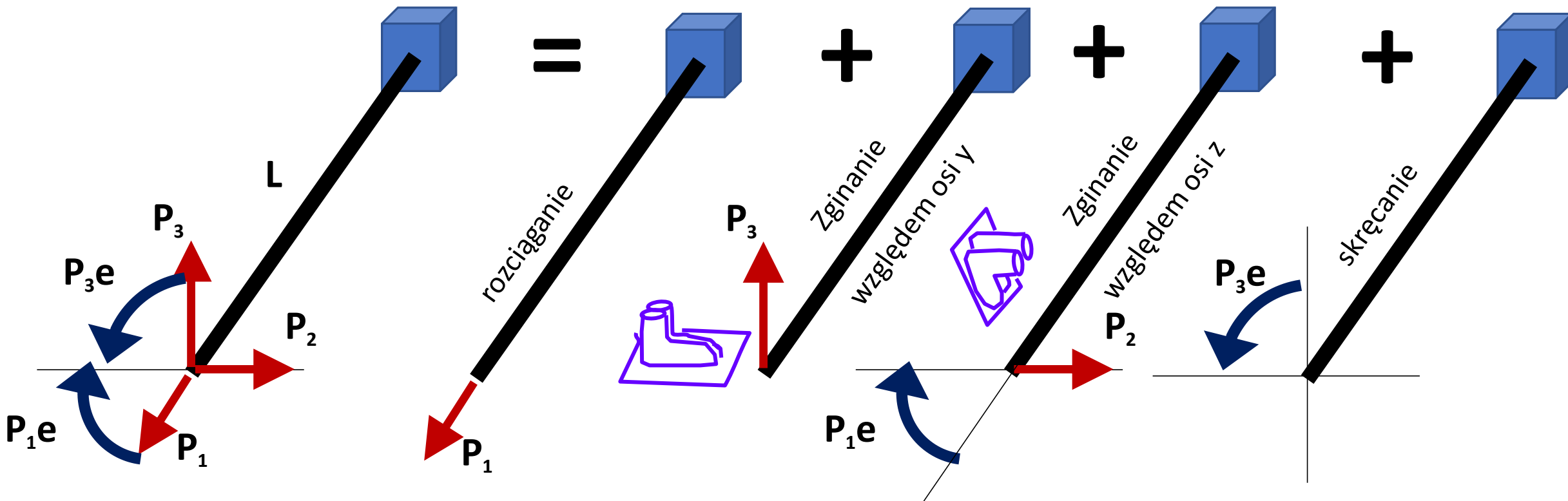
Redukcja obciążenia do osi pręta



=

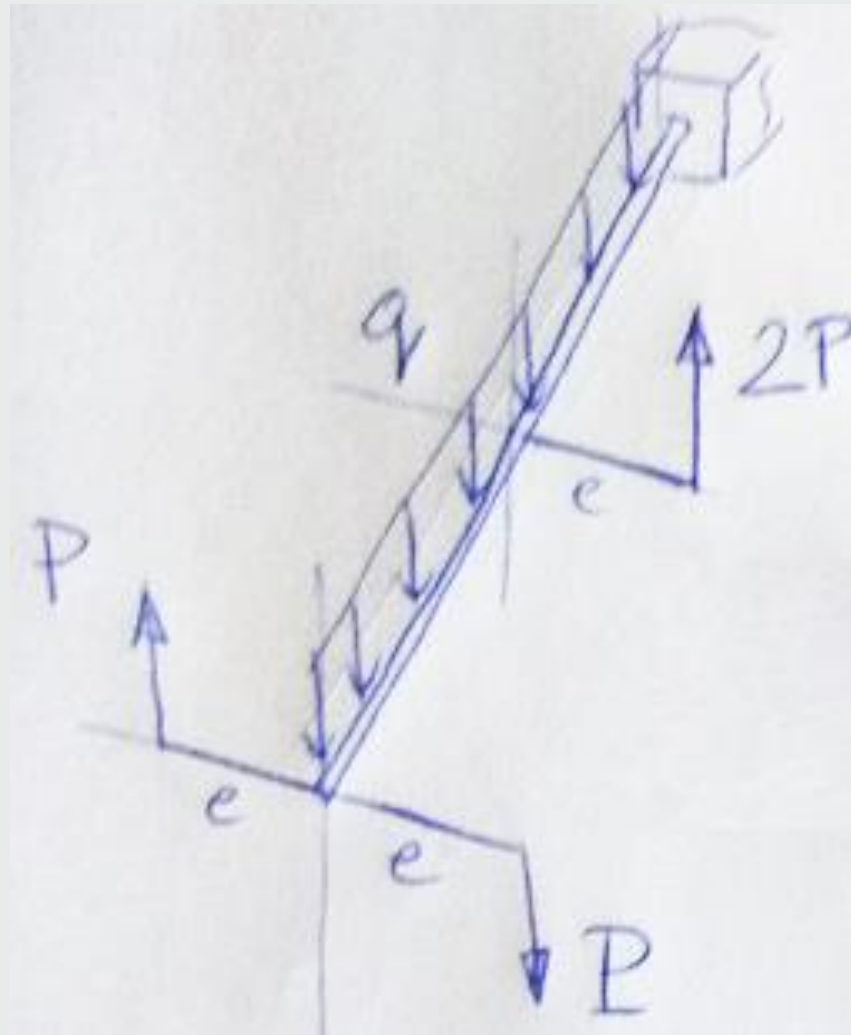
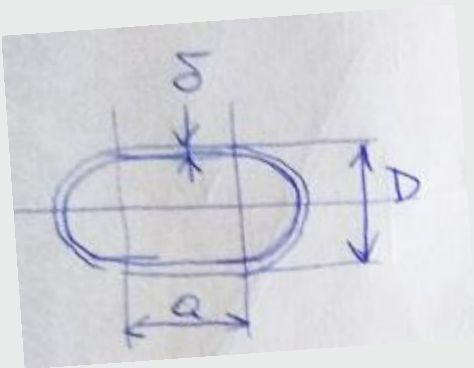


Superpozycja stanów obciążenia

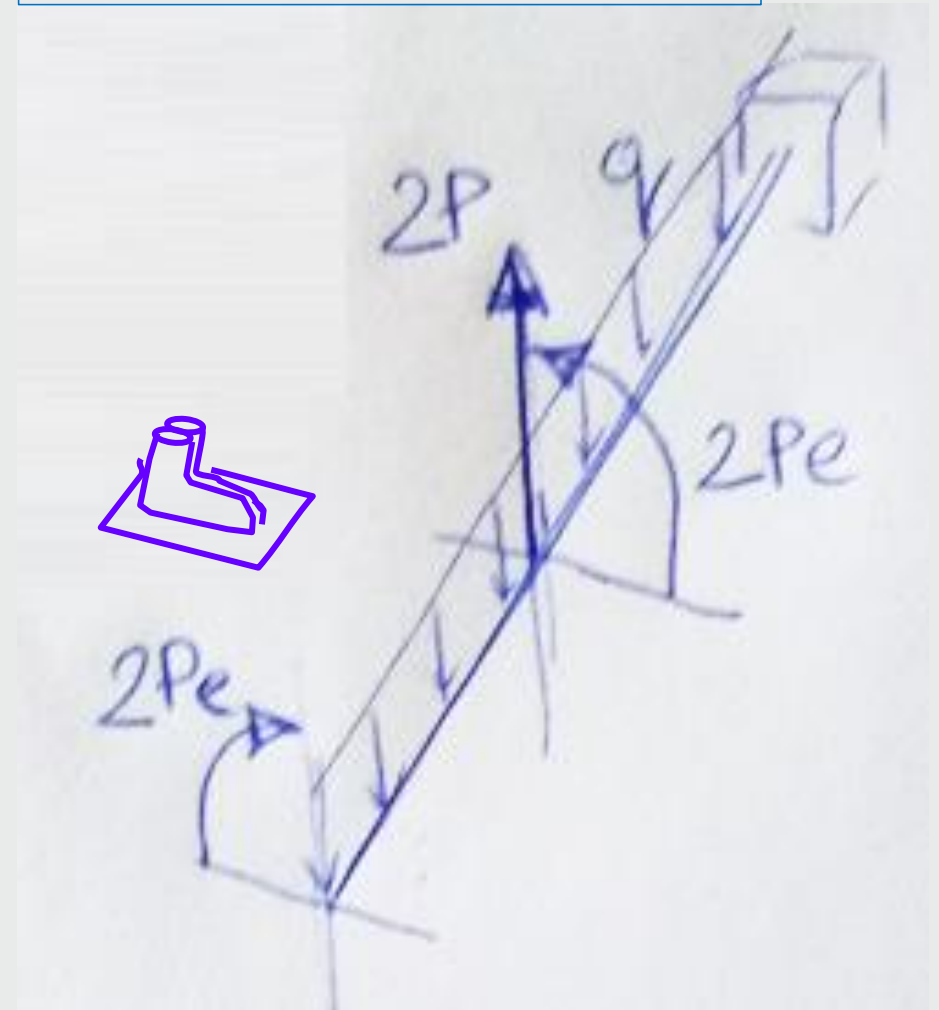


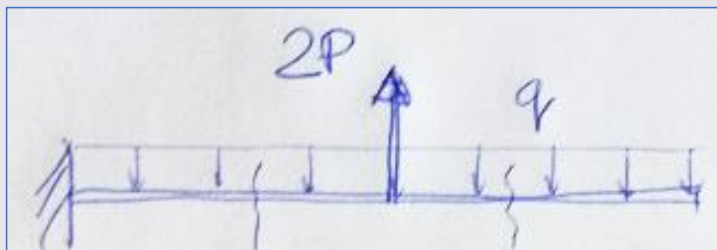
Zadanie 12.2

$$\begin{aligned} L &= 2 \text{ m} \\ q &= 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}} \\ P &= 1 \text{ kN} \\ e &= 0.4 \text{ m} \end{aligned}$$

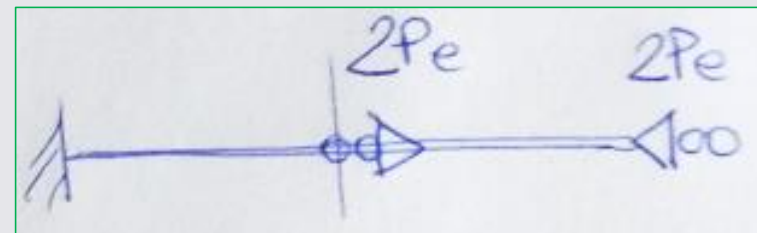


Redukcja obciążenia do osi pręta

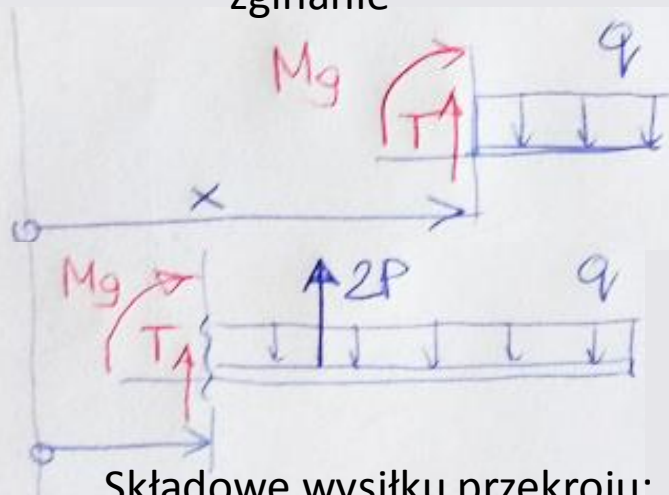




Superpozycja stanów obciążenia



zginanie



$$T = q(L-x)$$

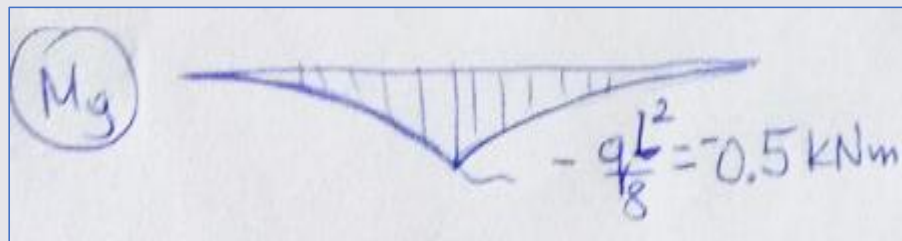
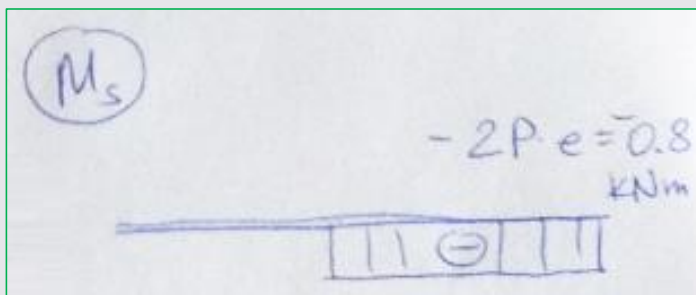
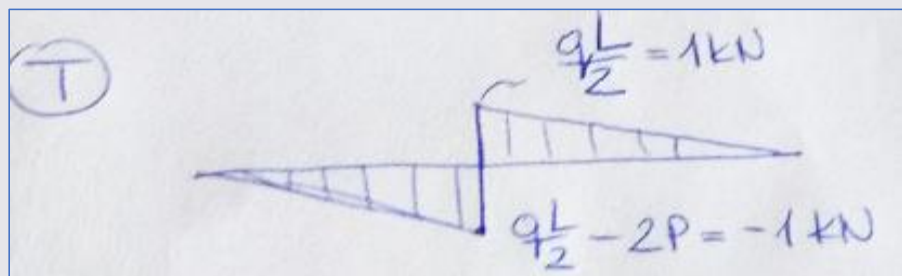
$$M_g = -\frac{q(L-x)^2}{2}$$

$$T = q(L-x) - 2P$$

$$M_g = -\frac{q(L-x)^2}{2} + 2P\left(\frac{L}{2} - x\right)$$

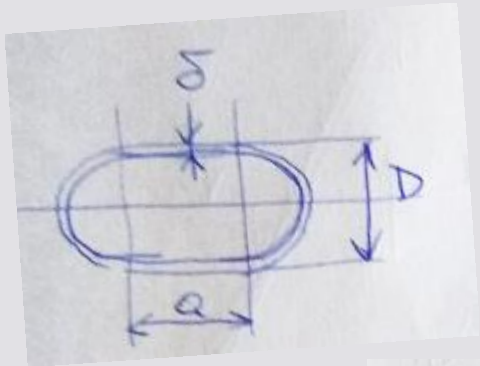
skręcanie

Składowe wysiłku przekroju:



Najbardziej wyętmiony przekrój:

$x = \frac{L}{2}^+$	$M_g = -500\text{ Nm}$
	$M_s = -800\text{ Nm}$



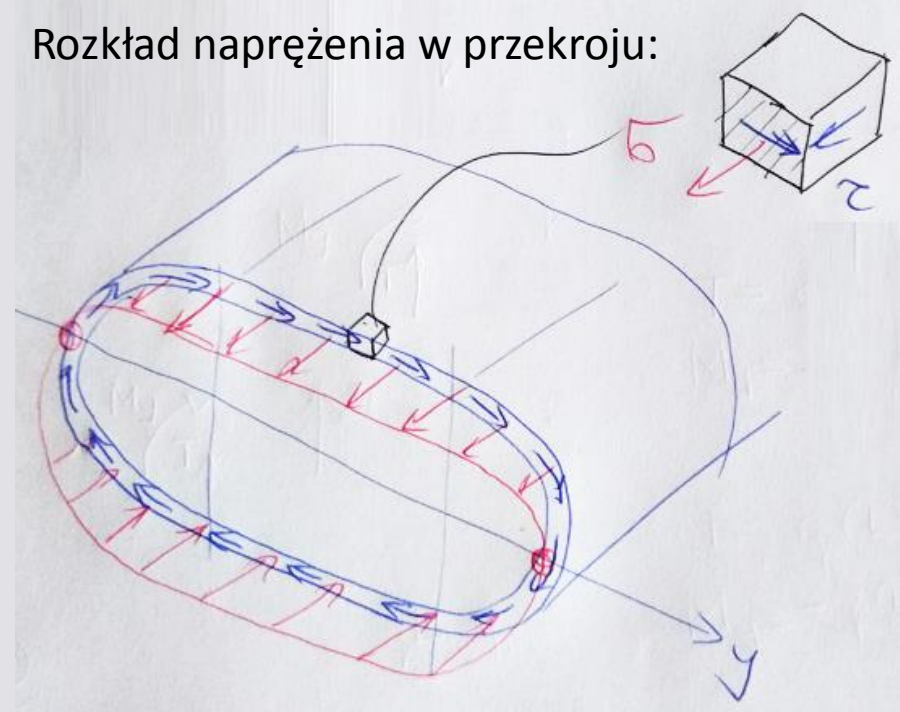
Charakterystyki przekroju:

$$J_y = \frac{\pi(D^4 - (D-2\delta)^4)}{64} + \frac{a(D^3 - (D-2\delta)^3)}{12}$$

$$W_y = \frac{J_y}{D/2}$$

$$F = \frac{\pi(D-\delta)^2}{4} + a(D-\delta)$$

Rozkład naprężenia w przekroju:



Najbardziej wyężony przekrój:

$x = \frac{L}{2}^+$	$M_g = -500 \text{ Nm}$
	$M_s = -800 \text{ Nm}$

$$\sigma_{\text{ext}} = \frac{M_g}{W_y}$$

$$\tau_{\text{ext}} = \frac{M_s}{2F\delta}$$

$$\sigma_{\text{red}}^H = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$$

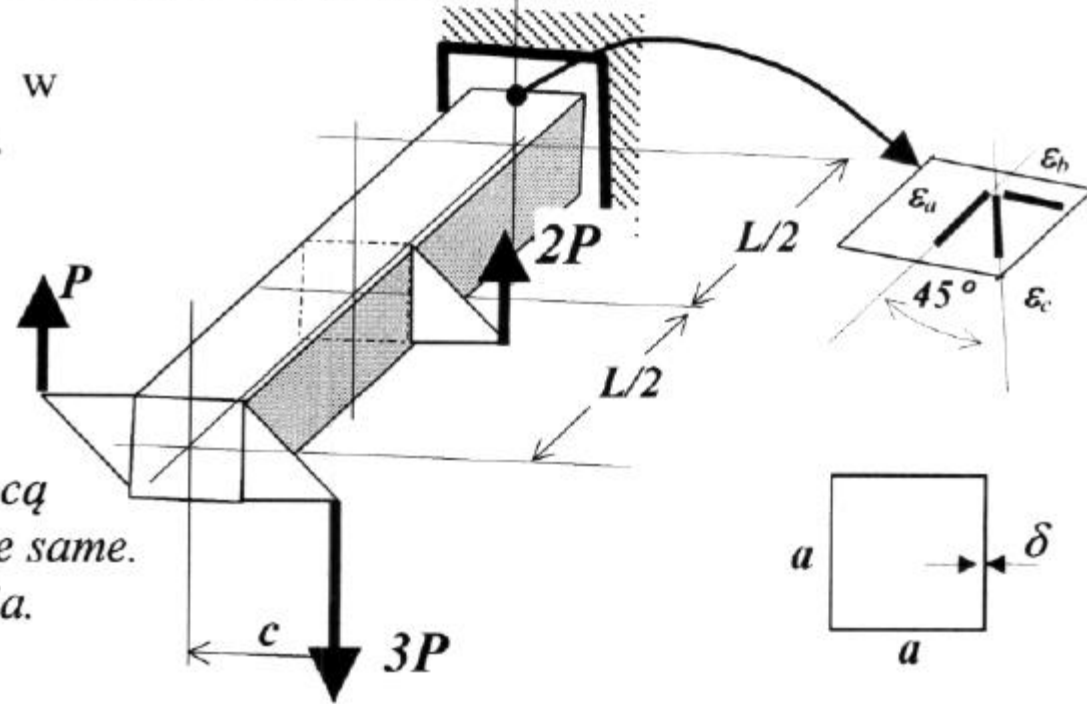
Zadanie 12.3

Zadanie 3. Rura cienkościenna o przekroju kwadratowym obciążona jest w sposób pokazany na rysunku. Określić:

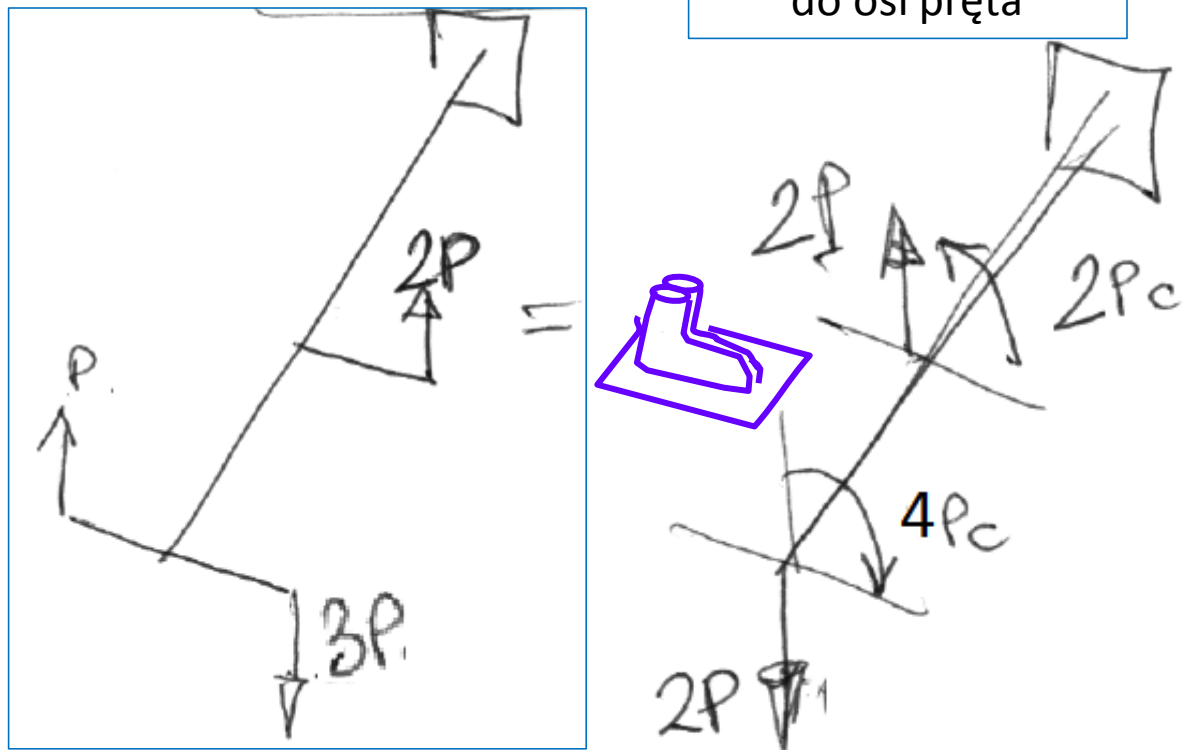
- maksymalne naprężenia zredukowane (*wartość i punkt w konstrukcji*),
- całkowity kąt skręcenia,
- wskazania tensometrów naklejonych w miejscu i w sposób pokazany na rysunku.

Dane: $P=1\text{ kN}$, $L=1\text{ m}$, $c=0.4\text{ m}$,
 $a=100\text{ mm}$, $\delta=1$,
 $E=2\cdot 10^5\text{ MPa}$, $\nu=0.3$

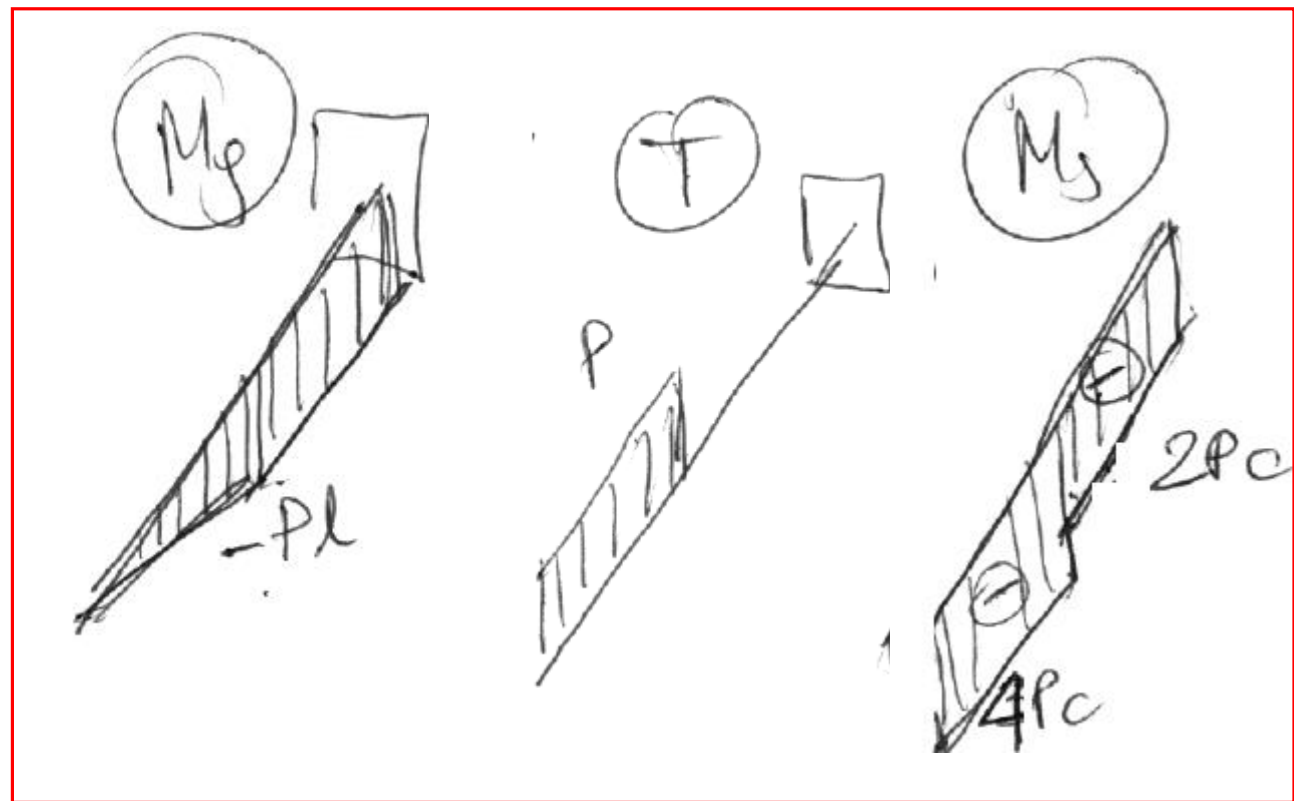
Uwaga: Wszystkie siły wprowadzona są za pomocą żeber, a ich odległości od osi rury są takie same. Przyjąć mechanizm swobodnego skręcenia.



Redukcja obciążenia
do osi pręta



Składowe wysiłku przekroju:



$$G = \frac{F}{2(1+\nu)} = 7.63 \cdot 10^9 \text{ Mrp}$$

Charakterystyki przekroju:

$$J_y = 2 \times \left(\frac{\delta a^3}{12} + a \delta \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 \right) = \frac{\delta a^3}{6} + \frac{a^3 \delta}{2} = \frac{2}{3} a^3 \delta = \underline{667 \text{ cm}^4}$$

$$W_y = \frac{J_y}{0,12} = \frac{66,7}{5} = \underline{13,3 \text{ cm}^3} \quad F = a^2 = 0,01 \text{ m}^2 = 10^4 \text{ mm}^2$$

Najbardziej wytężony przekrój:

$$\left[x = \frac{l}{2} + \right] \quad \sigma = \frac{P l}{W_y} = \frac{1000 \cdot 4}{13,3} = 75 \text{ MPa}$$

$$\tau = \frac{M_s}{2F\delta} = \frac{4Pc}{2F\delta} = \frac{4 \cdot 1000 \cdot 0,4}{2 \cdot 10^4 \cdot 0,001} = \underline{80 \text{ MPa}}$$

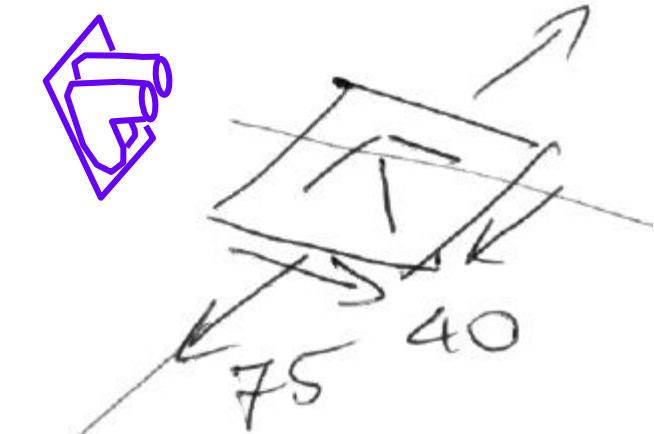
$$\sigma_{\text{red}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \underline{158 \text{ MPa}}$$

Stan wyężenia w przekroju $x=0$:

$x=0$ $\sigma = \frac{Pl}{w_{II}} = 75 \text{ MPe}$ $\frac{\partial \sigma_c}{\partial \sigma} = 40 \text{ MPe}$

$\Rightarrow \sigma_{\text{wekt}} = 102 \text{ MPe}$

Wskazania rozetki tensometrów:

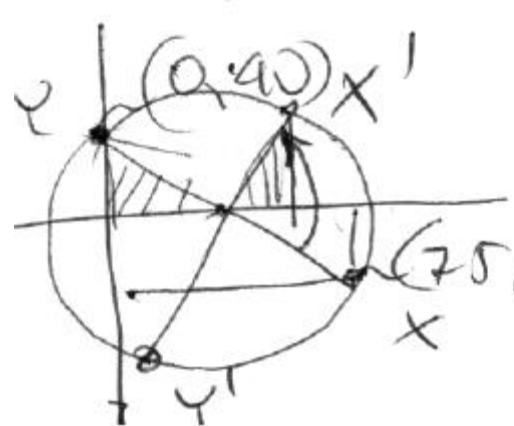


$\epsilon_a = \epsilon_x = \frac{1}{E} \sigma_x = \frac{75}{2 \cdot 10^5} = \underline{0,375\%}$

$\epsilon_b = \epsilon_y = -\nu \cdot \epsilon_a = \underline{-0,1125\%}$

$OA = \frac{75}{2} = 37,5 \text{ MPe}$

$\sigma_{x'} = OA + 40 = 77,5 \text{ MPe}$
 $\sigma_{y'} = OA - 40 = -2,5 \text{ MPe}$



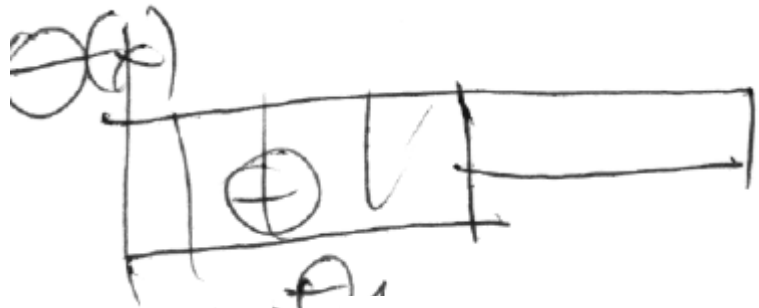
$\epsilon_c = \frac{1}{E} (\sigma_{x'} - \nu \sigma_{y'}) = \frac{1}{2 \cdot 10^5} (77,5 + 0,3 \cdot 2,5)$

$\epsilon_c = 0,391\%$

Kąt skręcenia:

$$\theta_1 = \frac{M_s}{4F^2 G} \int \frac{ds}{\delta} = \frac{-4Pc}{4F^2 G} \cdot \frac{4c}{\delta} = -0.0208 \text{ rad}$$

$$\theta_2 = -0.0104 \frac{\text{neg}}{\text{rad}}$$



$$\text{wsp} \Rightarrow \theta_1 \cdot \frac{l}{2} + \theta_2 \cdot \frac{l}{2} = \underline{-0.0156 \text{ rad}} = \textcircled{-0.89^\circ}$$

Przykłady zadań

$l = 1 \text{ m}$
 $m^* = 0.7 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$
 $P = 0.25 \text{ kN}$
 $D = 50 \text{ mm}$
 $d = 45 \text{ mm}$
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ $\nu = 0.3$

Pręt kołowy (mrowy), zamocowany jednym końcem w ścianie obciążono na wolnym końcu siłą P oraz momentem m^* na skrajnym swobodnym końcu. W górnym brzońcu punkcie K przekroju utwierdzonego należąco rozetka tensometryów jak na rys.

Wyznaczyć i narysować przebiegi sił wewnętrznych na on pręta.
 Obliczyć i pokazać na kółce elem. stan naprężenia w punkcie K .
 Wpisać uszeregowania tensometryów w punktach K .

$l = 1 \text{ m}$, $\phi d = 5 \text{ cm}$, $P = 1 \text{ kN}$
 $q = 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$, $a = 0.6 \text{ m}$

Wyznaczyć przebiegi wszystkich sił wewnętrznych występujących w pokazanym na rys. pręcie o przekroju koła pełnego. Narysować ich wykresy. Określić punkt i punkt przekroju, w którym wystąpią maksymalne naprężenia zredukowane. Pokazać na kółce elementarnej stan naprężenia w tym punkcie. Obliczyć $\bar{\sigma}_{red}$ wg. hip. Hubera

Przykłady zadań

$l = 1.2 \text{ m}$, $a = 0.3 \text{ m}$, $P = 1 \text{ kN}$
 $d_z = 5 \text{ cm}$, $d_w = 4 \text{ cm}$, $m^* = 1 \frac{\text{kNm}}{\text{m}}$

Utwierdzony w ścianie pręt „rurowy” obciążono siłą skupioną P i wydatkiem momentowym m^* (const.)

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$
 $\nu = 0.3$

Wyznaczyć i narysować rozkłady M_s , M_g , T i θ .
 Obliczyć $\varphi(l)$ oraz stan naprężenia w punkcie σ_{red}^{max} .
 Obliczyć wskaźnika rozetki typu $\frac{c}{a}$ w tym punkcie.

$l = 1 \text{ m}$, $\phi d = 5 \text{ cm}$, $P = 1 \text{ kN}$
 $q = 0.5 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$, $a = 0.6 \text{ m}$

Wyznaczyć przebiegi wszystkich sił wewnętrznych występujących w pokazanym na rys. przecie

o przekroju koła pełnego. Narysować ich wykresy. Określić punkt i punkt przekroju, w którym wystąpią maksymalne naprężenia zredukowane. Pokazać na kostce elementarnej stan naprężenia w tym punkcie. Obliczyć σ_{red} wg. hip. Hubera

Przykłady zadań

Rura cienkościenna wykonana z blachy duralowej o grubości $\delta = 1 \text{ mm}$ obciążono na całej długości wydatkiem m i momentem skupionym M na końcu. Wyznaczyć: 1° wykres $M_s(x)$ 2° współcz. bezp. $\nu_e = Re / \sigma_{red}^{max}$, 3° wskazania tensometrów a, b, c naklejonych blisko utwierdzenia 4° obrót końca swobodnego.

z.2. Cienkościenna rura o przekroju kwadratowym ($a = 100 \text{ mm}$, $\delta = 1 \text{ mm}$) i długości $l = 1 \text{ m}$ obciążona jest mimośrodowo przyłożoną siłą poprzeczną $P = 1 \text{ kN}$ ($d = 0.45 \text{ m}$)

$\nu = 0.34$
 $E = 7 \cdot 10^4 \text{ MPa}$

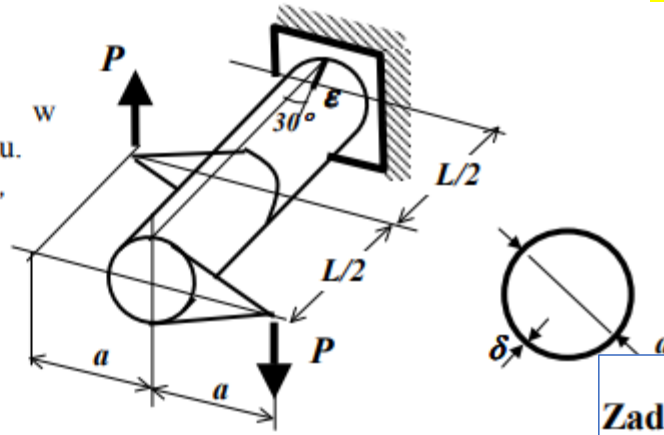
Obliczyć: 1) maksymalne τ_{max} zredukowane wg hipotezy Hubera
 2) wskazania tensometrów a, b, c
 3) kąt obrotu końca swobodnego.

Przykłady zadań

Zadanie 3. Rura cienkościenna o przekroju kołowym obciążona jest w sposób pokazany na rysunku. Określić:

- maksymalne naprężenia zredukowane,
- całkowity kąt skręcenia,
- wskazania tensometru naklejonego w miejscu i w sposób pokazany na rysunku.

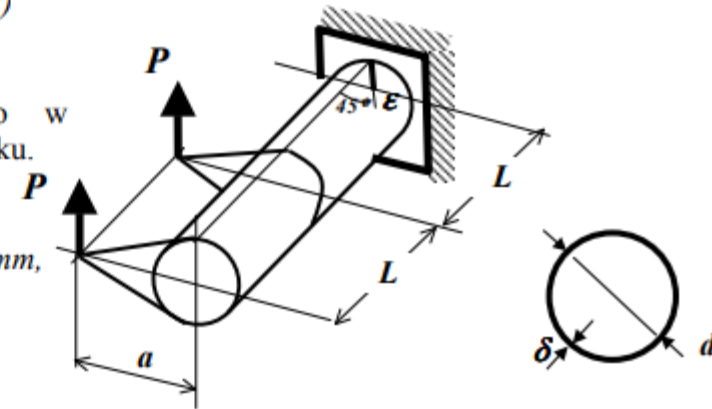
Dane: $P=1\text{ kN}$, $L=1\text{ m}$, $a=0.4\text{ m}$, $d=100\text{ mm}$,
 $\delta=1$, $E=2\cdot 10^5\text{ MPa}$, $\nu=0.3$



Zadanie 3. Rura cienkościenna o przekroju kołowym obciążona jest w sposób pokazany na rysunku. Określić:

- Składowe wysiłki przekroju (*wykresy!*)
- maksymalne naprężenia zredukowane,
- całkowity kąt skręcenia,
- wskazania tensometru naklejonego w miejscu i w sposób pokazany na rysunku.

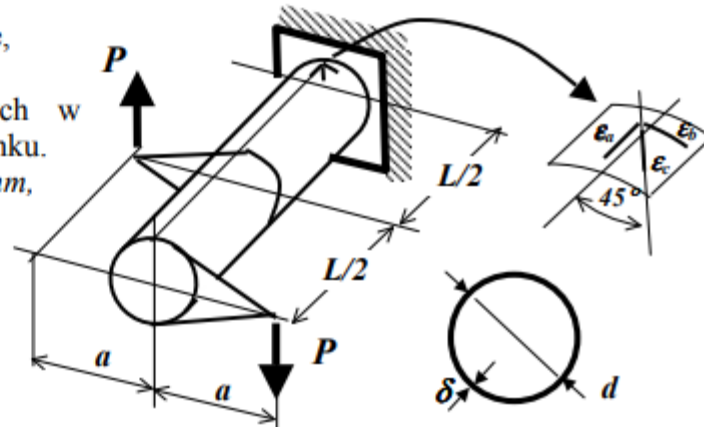
Dane: $P=1\text{ kN}$, $L=0.5\text{ m}$, $a=0.5\text{ m}$, $d=100\text{ mm}$,
 $\delta=2\text{ mm}$, $E=2\cdot 10^5\text{ MPa}$, $\nu=0.3$



Zadanie 3. Rura cienkościenna o przekroju kołowym obciążona jest w sposób pokazany na rysunku. Określić:

- maksymalne naprężenia zredukowane,
- całkowity kąt skręcenia,
- wskazania tensometrów naklejonych w miejscu i w sposób pokazany na rysunku.

Dane: $P=1\text{ kN}$, $L=1\text{ m}$, $a=0.4\text{ m}$, $d=100\text{ mm}$,
 $\delta=1$, $E=2\cdot 10^5\text{ MPa}$, $\nu=0.3$



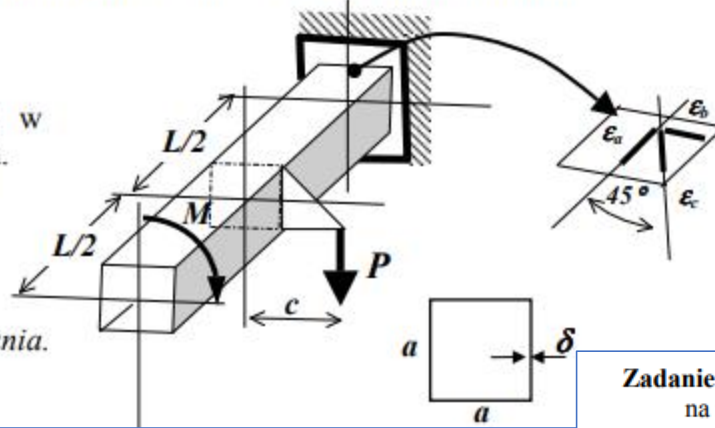
Przykłady zadań

Zadanie 3. Rura cienkościenna o przekroju kwadratowym obciążona jest w sposób pokazany na rysunku. Określić:

- maksymalne naprężenia zredukowane,
- całkowity kąt skręcenia,
- wskazania tensometrów naklejenych w miejscu i w sposób pokazany na rysunku.

Dane: $P=2\text{ kN}$, $M=0.4\text{ kNm}$, $L=1\text{ m}$, $c=0.2\text{ m}$,
 $a=100\text{ mm}$, $\delta=1$, $E=2\cdot 10^5\text{ MPa}$, $\nu=0.3$

Uwaga: Przyjąć mechanizm swobodnego skręcania.

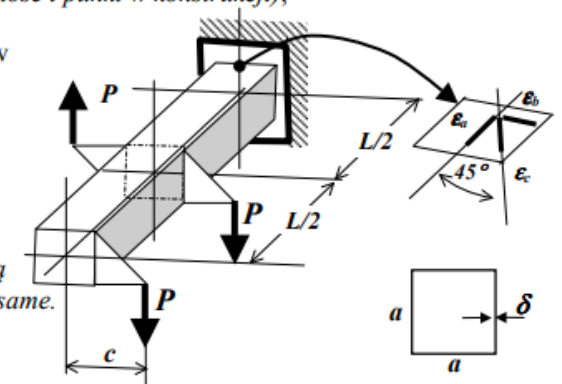


Zadanie 3. Rura cienkościenna o przekroju kwadratowym obciążona jest w sposób pokazany na rysunku. Określić:

- maksymalne naprężenia zredukowane (wartość i punkt w konstrukcji),
- całkowity kąt skręcenia,
- wskazania tensometrów naklejenych w miejscu i w sposób pokazany na rysunku.

Dane: $P=1\text{ kN}$, $L=1\text{ m}$, $c=0.4\text{ m}$,
 $a=100\text{ mm}$, $\delta=1$, $E=2\cdot 10^5\text{ MPa}$, $\nu=0.3$

Uwaga: Wszystkie siły wprowadzona są za pomocą żeber, a ich odległości od osi rury są takie same. Przyjąć mechanizm swobodnego skręcania.



Zadanie 3. Rura cienkościenna obciążona jest parą momentów zginających M_1 i parą momentów skręcających M_2 . Określić:

- maksymalne naprężenia zredukowane,
- całkowity kąt skręcenia,
- wskazania tensometrów naklejenych w miejscu i w sposób pokazany na rysunku.

Dane: $L=4\text{ m}$, $H=200\text{ mm}$, $B=400\text{ mm}$, $\delta=5\text{ mm}$
 $M_1=M_2=20\text{ kNm}$, $E=7\cdot 10^4\text{ MPa}$, $\nu=0,32$

